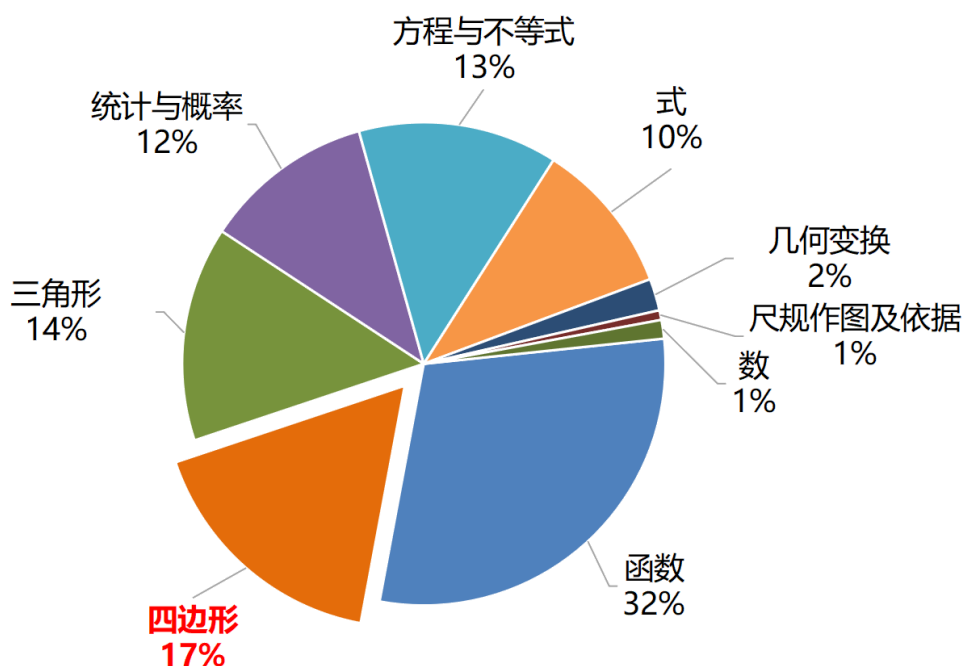


第1讲 平行四边形

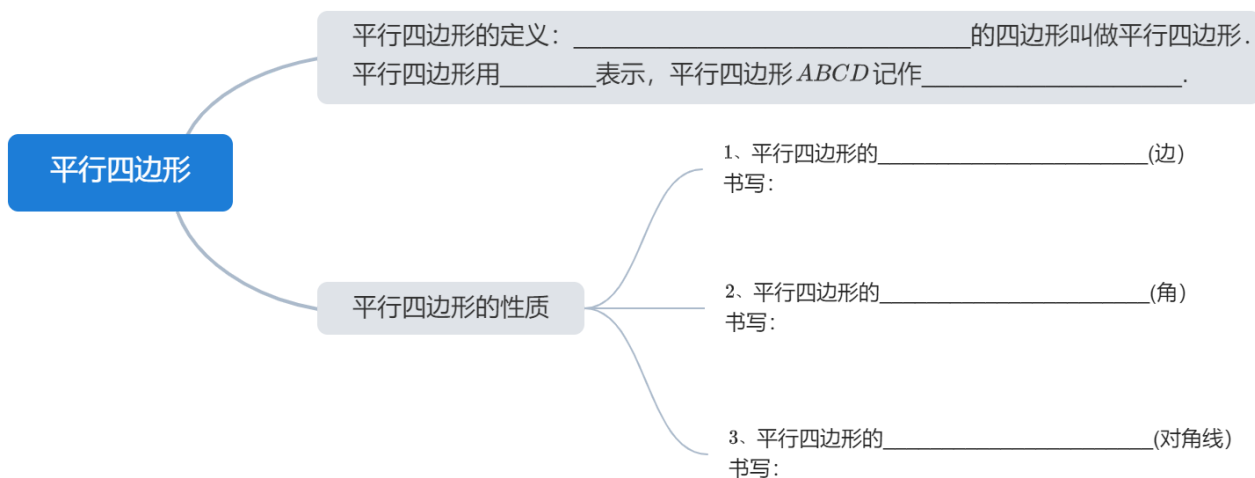
平行四边形属于人教版第十八章的内容，是期中、期末考试的重要知识点，主要考察平行四边形的性质和判定，故这部分我们分为《平行四边形》、《四边形的最值和折叠问题》、《四边形的中点问题》、《正方形专题》、《四边形综合》五个模块。本模块为《平行四边形》，旨在帮助学生了解并熟练掌握平行四边形及特殊四边形的性质与判定，为后续模块奠定基础。

本模块难度中等，适应于平行四边形与特殊平行四边形性质、判定的基础认知与短期突破，本模块分为平行四边形、矩形与菱形、正方形3讲内容，帮助学生了解平行四边形这部分常见题型，掌握平行四边形的解题思路。



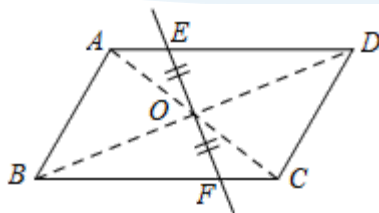


一、 平行四边形的性质

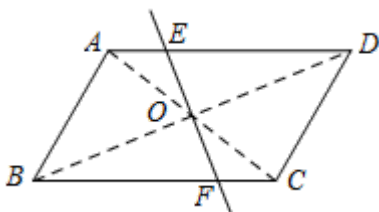


重要结论：

(1) 若一条直线经过平行四边形对角线的交点，则这条直线被一组对边截得的线段以对角线的交点为中点。如图，直线 EF 经过平行四边形对角线的交点 O ，分别交一组对边于 E 、 F 。即_____。

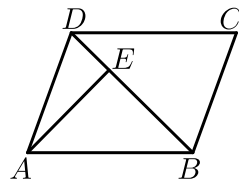


(2) 若一条直线经过平行四边形对角线的交点, 则这条直线平分平行四边形的_____和_____. 如图, 直线 EF 经过平行四边形对角线的交点 O , 分别交一组对边于 E 、 F . 即 EF 平分平行四边形的_____ , _____ , _____ .



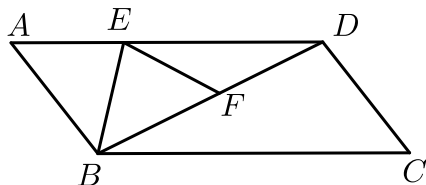
例题

1. 若平行四边形中两个内角的度数比为 $1:2$, 则其中较小的内角是().
A. 90° B. 60° C. 120° D. 45°
2. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, $DB = DC$, $\angle C = 70^\circ$, $AE \perp BD$ 于 E , 则 $\angle DAE =$ _____ 度.



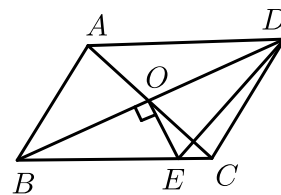
练习

3. 已知平行四边形 $ABCD$ 中, $\angle A + \angle C = 240^\circ$, 则 $\angle B$ 的度数是().
A. 100° B. 160° C. 80° D. 60°
4. E 为平行四边形 $ABCD$ 的边 AD 上一点, 将 $\triangle ABE$ 沿 BE 翻折得到 $\triangle FBE$, 点 F 在 BD 上, 且 $EF = DF$. 若 $\angle C = 52^\circ$, 那么 $\angle ABE =$ _____ .



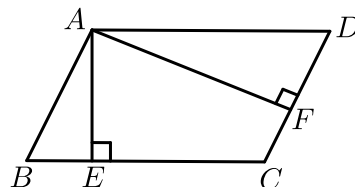
例题

5. 如图, 平行四边形 $ABCD$ 的对角线相交于点 O , 且 $AB \neq AD$, 过点 O 作 $OE \perp BD$ 交 BC 于点 E , 若 $\triangle CDE$ 的周长为 5 , 则平行四边形 $ABCD$ 的周长为().



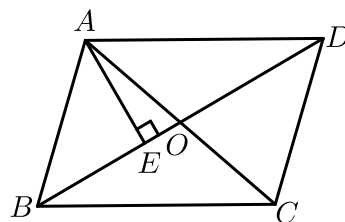
- A. 7 B. 8 C. 10 D. 9

6. 如图所示，在平行四边形 $ABCD$ 中， $AE \perp BC$ 于点 E ， $AF \perp CD$ 于点 F ，若 $AE = 4$ ， $AF = 6$ ， $AD + CD = 20$ ，则平行四边形 $ABCD$ 的面积为 _____ .

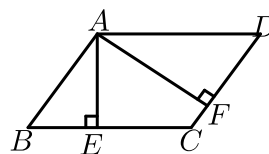


练习

7. 如图，平行四边形 $ABCD$ 中， $AE \perp BD$ ， $\angle EAD = 60^\circ$ ， $AE = 2\text{cm}$ ， $AC + BD = 16\text{cm}$ ，则 $\triangle OBC$ 的周长是 _____ cm .



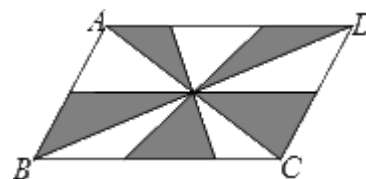
8. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中， $AE \perp BC$ ，垂足为 E ， $AF \perp CD$ ，垂足为 F ，若 $AE : AF = 2 : 3$ ，平行四边形 $ABCD$ 的周长为40，则 AB 的长为（ ） .



- A. 8 B. 9 C. 12 D. 15

例题

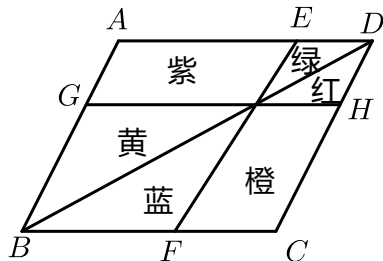
9. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中， AC 、 BD 为对角线， $BC = 6$ ， BC 边上的高为4，则阴影部分的面积为（ ） .



- A. 3 B. 6 C. 12 D. 24

练习

10. 国家级历史文化名城——金华，风光秀丽，花木葱茏．某广场上一个形状是平行四边形的花坛（如图示），分别种有红、黄、蓝、绿、橙、紫6种颜色的花．如果有 $AB \parallel EF \parallel DC$ ， $BC \parallel GH \parallel AD$ ，那么下列说法错误的是（ ）．



- A. 红花、绿花种植面积一定相等
B. 紫花、橙花种植面积一定相等
C. 红花、蓝花种植面积一定相等
D. 蓝花、黄花种植面积一定相等

例题

11. 平行四边形的一个内角平分线将该平行四边形的一边分为2cm和3cm两部分，则该平行四边形的周长为 _____ ．

练习

12. 在平行四边形 $ABCD$ 中， $AD = 8$ ， AE 平分 $\angle BAD$ 交 BC 于点 E ， DF 平分 $\angle ADC$ 交 BC 于点 F ，且 $EF = 2$ ，则 AB 的长为（ ）．
- A. 3 B. 5 C. 2或3 D. 3或5

独步天下

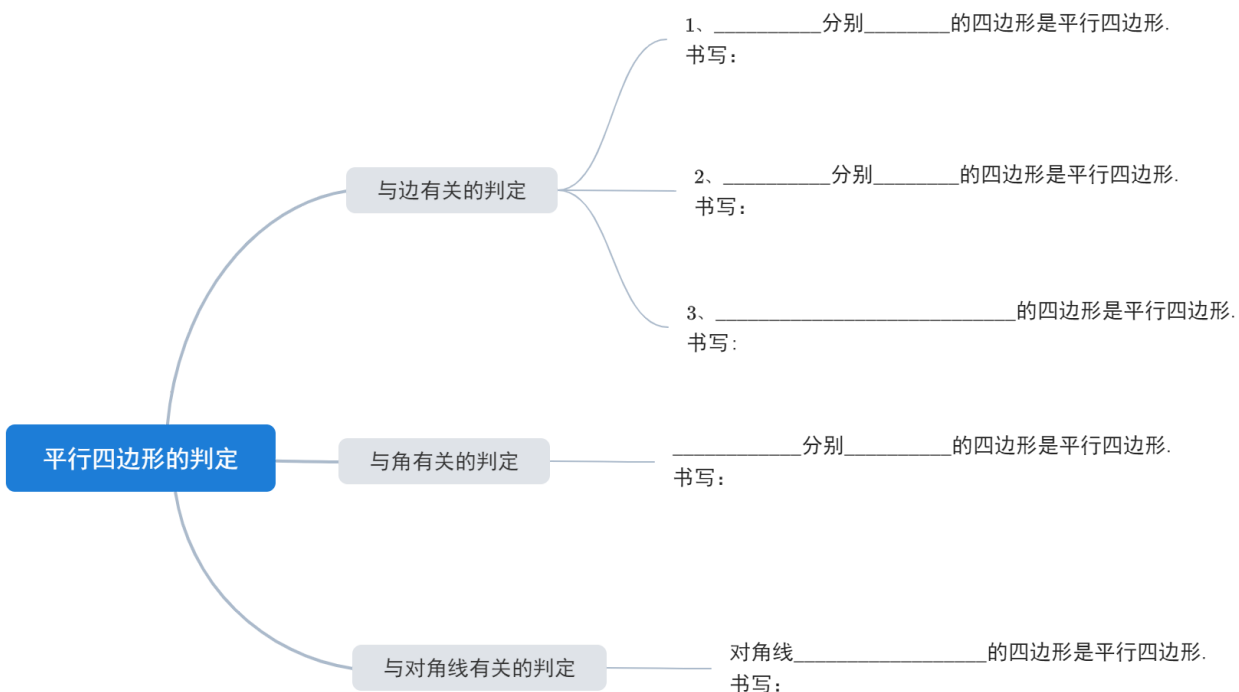
例题

13. 平面直角坐标系中，已知四边形 $ABCD$ 的三个顶点坐标分别是 $A(-1, 0)$ ， $B\left(0, -\frac{5}{2}\right)$ ， $C(a, 0)$ ，要使四边形 $ABCD$ 是平行四边形，则满足条件的 D 点的坐标为 _____ ．

练习

14. 若平行四边形的三个顶点的坐标分别为 $O(0, 0)$ 、 $A(2, 0)$ 、 $B(1, 1)$ ，则第四个顶点 C 的坐标为 _____ 或 _____ 或 _____ ．

二、平行四边形的判定



例题

15. 四边形 $ABCD$ 中, 对角线 AC 、 BD 相交于点 O , 给出下列四组条件:

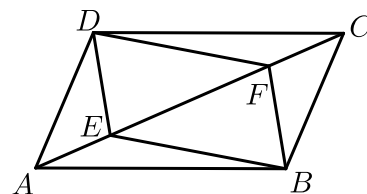
- ① $AB \parallel CD$, $AD \parallel BC$.
- ② $AB = CD$, $AD = BC$.
- ③ $AO = CO$, $BO = DO$.
- ④ $AB \parallel CD$, $AD = BC$.

其中一定能判定这个四边形是平行四边形的条件有 ().

- A. 4组 B. 3组 C. 2组 D. 1组

16. 如图, 点 E , F 是平行四边形 $ABCD$ 对角线上两点, 在条件① $DE = BF$; ② $\angle ADE = \angle CBF$;

- ③ $AF = CE$; ④ $\angle AEB = \angle CFD$ 中. 要使四边形 $DEBF$ 是平行四边形, 可添加的条件是 ().



- A. ①②③ B. ①②④ C. ①③④ D. ②③④

练习

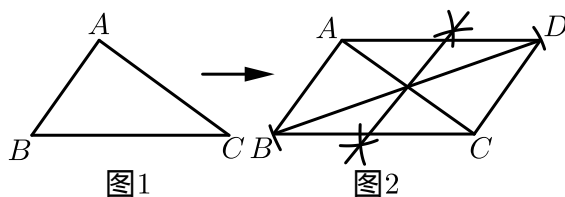
17. 下列四个说法:

- ①一组对角相等, 一组邻角互补的四边形是平行四边形
- ②一组对边平行, 另一组对边相等的四边形是平行四边形
- ③一组对边平行, 一条对角线平分另一条对角线的四边形是平行四边形
- ④一组对边相等, 一组对角相等的四边形是平行四边形

其中说法正确的个数是 () .

- A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

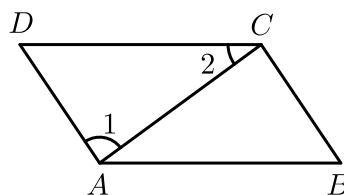
18. 已知 $\triangle ABC$ (如图1), 按图2所示的尺规作图痕迹不需借助三角形全等就能推出四边形 $ABCD$ 是平行四边形的依据是 () .



- A. 两组对边分别平行的四边形是平行四边形 B. 两组对边分别相等的四边形是平行四边形
C. 一组对边平行且相等的四边形是平行四边形 D. 对角线互相平分的四边形是平行四边形

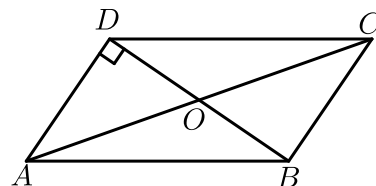
例题

19. 如图, 四边形 $ABCD$, $AB \parallel DC$, $\angle B = 55^\circ$, $\angle 1 = 85^\circ$, $\angle 2 = 40^\circ$.



- (1) 求 $\angle D$ 的度数.
(2) 求证: 四边形 $ABCD$ 是平行四边形.

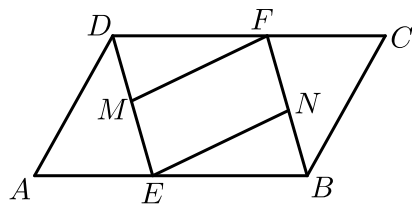
20. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AD = 12$, $DO = OB = 5$, $AC = 26$, $\angle ADB = 90^\circ$.



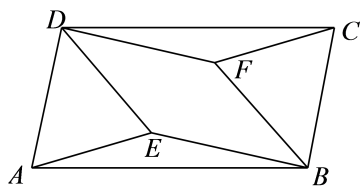
- (1) 求证: 四边形 $ABCD$ 为平行四边形.
(2) 求 D 点到 AB 的距离.

练习

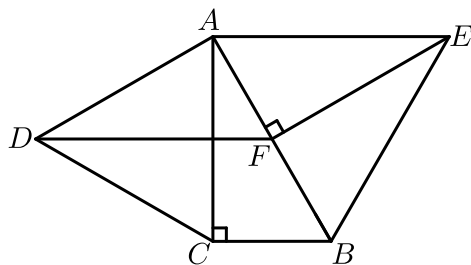
21. 如图所示，平行四边形 $ABCD$ 中， E 、 F 分别是 AB 、 CD 上的点， $AE = CF$ ， M 、 N 分别是 DE 、 BF 的中点．求证：四边形 $ENFM$ 是平行四边形．



22. 在平行四边形 $ABCD$ 中，分别以 AD 、 BC 为边向内作等边 $\triangle ADE$ 和等边 $\triangle BCF$ ，连接 BE 、 DF ．求证：四边形 $BEDF$ 是平行四边形．



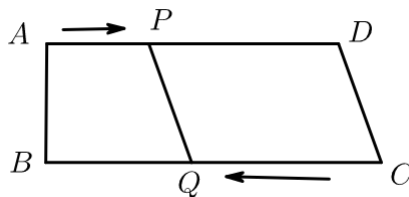
23. 如图，分别以 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的直角边 AC 及斜边 AB 为边向外作等边 $\triangle ACD$ 、等边 $\triangle ABE$ ．已知 $\angle BAC = 30^\circ$ ， $EF \perp AB$ ，垂足为 F ，连接 DF ．



- (1) 求证： $AC = EF$ ．
(2) 求证：四边形 $ADFE$ 是平行四边形．

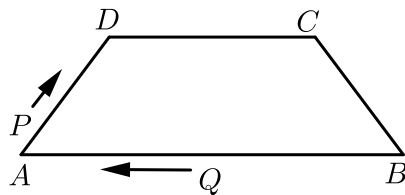
|| 例题

24. 如图，在直角梯形 $ABCD$ 中， $\angle B = 90^\circ$ ， $AD = 16\text{cm}$ ， $BC = 20\text{cm}$ ，点 P 从 A 出发，以 1cm/s 的速度向 D 运动，点 Q 从 C 同时出发，以 3cm/s 的速度向 B 运动，当一个点运动到端点时，另一个也随之停止运动，当 $t = \underline{\hspace{2cm}}$ 秒时， $PQCD$ 为平行四边形．



|| 练习

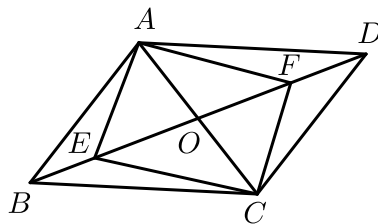
25. 如图，在四边形 $ABCD$ 中， $AB \parallel DC$ ， $AD = BC = 5$ ， $DC = 7$ ， $AB = 13$ ，点 P 从点 A 出发以3个单位/s的速度沿 $AD \rightarrow DC$ 向终点 C 运动，同时点 Q 从点 B 出发，以1个单位/s的速度沿 BA 向终点 A 运动，当四边形 $PQBC$ 为平行四边形时，运动时间为（ ）。



- A. 4s B. 3s C. 2s D. 1s

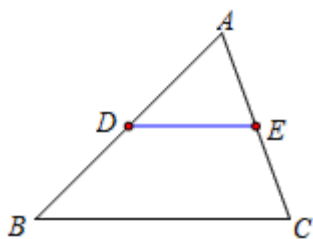
独步天下

26. 如图， E, F 是平行四边形 $ABCD$ 对角线 BD 上的两点，在下列条件：① $\angle BAE = \angle DCF$ ，② $BE = DF$ ，③ $AE = CF$ ，④ $AF = CE$ ，⑤ $\angle DAF = \angle BCE$ ，⑥ $AF \parallel CE$ ，⑦ $AE \perp BD$ ， $CF \perp BD$ ，请你添加一个适当的条件，使四边形 $AECF$ 是平行四边形，则可添加的条件有（ ）个。



- A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

三、三角形中位线



三角形中位线

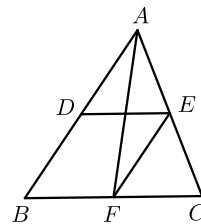
中位线定义：连接三角形两边_____的线段叫做三角形的中位线。

中位线定理：三角形的中位线_____于三角形的第三边，并且等于第三边的_____。

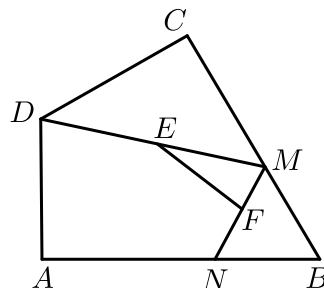
书写：

例题

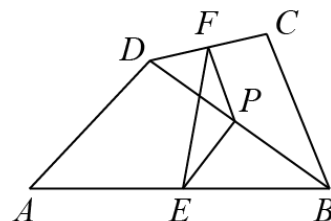
27. 如图， $\triangle ABC$ 中， D 、 E 、 F 分别是 AB 、 AC 、 BC 的中点。若 $EF = 5\text{cm}$ ，则 $AB = \underline{\hspace{2cm}} \text{cm}$ ；若 $BC = 9\text{cm}$ ，则 $DE = \underline{\hspace{2cm}} \text{cm}$ 。



28. 如图，四边形 $ABCD$ 中， $\angle A = 90^\circ$ ， $AB = 2\sqrt{5}$ ， $AD = 2$ ，点 M 、 N 分别为线段 BC 、 AB 上的动点（含端点，但点 M 不与点 B 重合），点 E 、 F 分别是 DM 、 MN 的中点，则 EF 长度的最大值为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

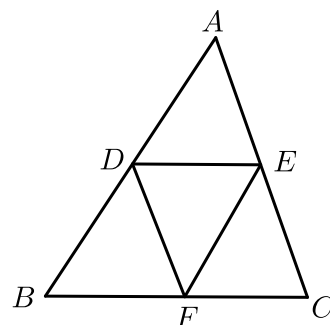


29. 如图，在四边形 $ABCD$ 中，点 P 是对角线 BD 的中点，点 E 、 F 分别是 AB 、 CD 的中点， $AD = BC$ ， $\angle PEF = 30^\circ$ ，则 $\angle PFE$ 为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

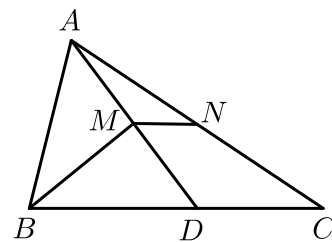


练习

30. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 、 E 、 F 分别是 AB 、 AC 、 BC 的中点，若 $\triangle ABC$ 的周长为 12cm ，则 $\triangle DEF$ 的周长是 $\underline{\hspace{2cm}} \text{cm}$ 。



31. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 在 BC 上， $BD = AB$ ， $BM \perp AD$ 于点 M ， N 是 AC 的中点，连接 MN ，若 $AB = 5$ ， $BC = 8$ ，则 MN 的长为（ ）。



- A. 6 B. 3 C. 1.5 D. 1
32. 如图，在四边形 $ABCD$ 中， E 、 F 、 G 分别为 DC 、 AC 、 AB 的中点，且有 $\angle DAB + \angle B = 90^\circ$ ， $AD = 6$ ， $BC = 8$ ，则 $EG =$ _____。

